

Este 3º guião contém atividades elementares com a finalidade de favorecer o reconhecimento e a consolidação das funções de algumas ferramentas do programa de geometria dinâmica Geogebra. Neste guião, em particular, daremos ênfase às **transformações geométricas**.

No desenvolvimento deste guião, procure sempre colocar as denominações referidas em cada ponto.

Em cada um dos exercícios, em *vista* selecione a opção *grelha* e tire a opção *eixos*. Feche também a janela algébrica. No final de cada exercício retire a *grelha*.

Como sabemos, uma isometria ou movimento rígido é uma aplicação de um conjunto de pontos num conjunto de pontos que preserva as distâncias e as medidas de amplitude dos ângulos, isto é, a distância entre dois quaisquer pontos é a mesma entre os seus transformados assim como a medida de amplitude dos seus ângulos. Em geral, os transformados de A, B, C são identificados por A', B', C'.

No plano euclidiano há quatro tipos de isometrias: **reflexões, translações, rotações ou reflexões deslizantes**.

Atividade 1 – Reflexões

- Abra um novo ficheiro.
- Represente uma reta;
- Desenhe, num dos semiplanos definidos pela reta traçada anteriormente, um pentágono irregular. Represente a reflexão desse polígono em relação à reta traçada.

Importe a imagem1 para o Geogebra, fazendo inserir imagem e selecionando um ponto na tela gráfica. **Este ponto define o canto inferior esquerdo da imagem**. O tamanho da imagem já deve estar adequado. Construa então o transformado desta imagem em relação a um eixo de reflexão por si escolhido. Grave como exercício_1

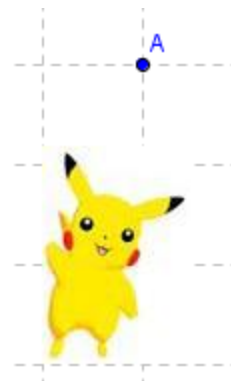
Atividade 2 - Translações

- Abra um novo ficheiro.
- Represente um vetor com a direção, o sentido e o comprimento que quiser, utilize para tal o 3º botão da barra de ferramentas na opção *vetor (origem, extremidade)*.
- Importe a imagem2 para a janela de visualização do Geogebra. Coloque-a num local à sua escolha.

- d) No 8º botão da barra de ferramentas, escolha a opção *Translação (objecto, vetor)* e clique na imagem seguida do vetor.
- e) Grave como exercício_2

Actividade 3 – Rotações

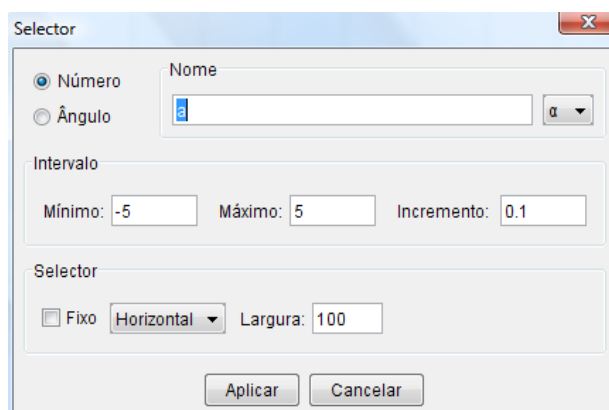
- a) Importe a imagem 3 e posicione-a no fundo da janela geométrica mas centrado.
- b) Coloque um ponto A acima da imagem não muito afastado (imagem ao lado).
- c) No 8º botão da barra de ferramentas, escolha a opção *Rotação (objecto, centro, amplitude)* e clique na imagem, seguido do ponto A e, na janela que se abrirá, coloque a amplitude de 90º.
- d) Repita o passo anteriormente, escolhendo a amplitude de 180º e depois 270º.
- e) Grave como exercício_3



Atividade 4 - Rotações com o seletor

Vamos fazer um exercício análogo utilizando um **seletor**.

- a) Volte a repetir os passos 1 e 2 da atividade anterior.
- b) No 9º botão da barra de ferramentas selecione a opção *Seletor* e abrir-se-á a janela:

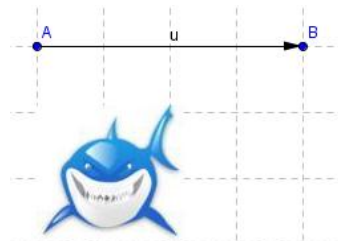


- c) Neste caso, repare que o seletor chama-se **a**. No mínimo e no máximo coloque, respetivamente, 0 e 720 (corresponde a duas rotações completas).

- d) O incremento é o número de rotações efetuadas, pode deixar ficar como está (0,1 em 0,1 graus) ou alterar para outro valor, por exemplo 72. Neste último caso, ao executar o seletor, haverá 5 transformados ($72 \times 5 = 360$). No fim faça aplicar.
- e) No 8º botão da barra de ferramentas, escolha a opção *Rotação (objecto, centro, amplitude)* e clique na imagem, seguido do ponto A e, na janela que se abrirá coloque a amplitude de a° que é o seletor.
- f) Agora com o 1º botão da barra de ferramentas escolha *mover*, movimente o seletor e observe o que acontece.
- g) Abra agora as *propriedades* do seletor, seguido de *seletor + animação* e, no *repetir* escolha a opção *crescente*, ou seja, irá rodar a imagem dos 0° aos 720 graus. E se fosse o alternado o que aconteceria. Se não consegue responder, experimente. Feche a janela do seletor.
- h) Clique, com o botão do lado direito no seletor e escolha *animar*. Observe.

Actividade 5 – Reflexões Deslizantes

- a) Importe a imagem 4 para um local alinhado à esquerda.
- b) Coloque um vetor acima da imagem semelhante à figura ao lado.
- c) Por baixo da imagem represente uma reta horizontal.
- d) Utilizando as ferramentas dos exercícios anteriores faça uma reflexão em relação à reta traçada no ponto c.
- e) Com o transformado da alínea anterior faça uma translação da figura segundo o vetor assinalado. Se a imagem não ficar deslocada como deseja, altere o vetor e a imagem altera-se-á por consequência.
- f) Preencha o friso até obter a figura abaixo representada.



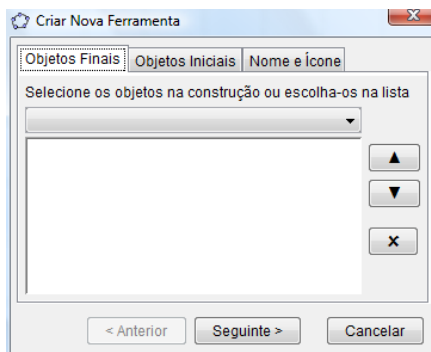
- g) Este friso possui reflexão de eixo horizontal, para alterarmos para reflexão deslizante, alteramos o friso para o representado ao lado. Faça essa alteração e não feche o documento.



Atividade 6 – Ferramenta Reflexão Deslizante

Como já reparou, não há um comando direto no Geogebra para fazer as reflexões deslizantes, é aconselhável fazer um comando próprio para isso. Utilizando o ficheiro criado na atividade anterior, repetimos o procedimento de criação de uma nova ferramenta trabalhada em guiões anteriores.

- a) No menu *Ferramentas* escolha a opção *criar nova ferramenta* e abrir-se-á a tabela:



- b) Na tabela, em *objetos iniciais* clique na primeira imagem que inseriu, no vetor que representou e no eixo de reflexão.

- c) Na tabela, na *objetos finais* clique na imagem obtida pela reflexão deslizante. Pense, qual é essa imagem.



- d) Na tabela, no *Nome & Ícone* escreva:

1. Nome da Ferramenta: reflexão deslizante
2. Ajuda: imagem, vetor e eixo de reflexão.

- e) Faça concluir e a nova ferramenta está criada. Em *Ferramentas*, no *gerir*, grave a ferramenta como REFD.

- f) Nos próximos exercícios pode carregar esta ferramenta. Como? Abra um novo ficheiro do Geogebra e, em *ficheiro*, selecione *abrir* e seguido do ficheiro que gravou anteriormente. Experimente.

Repare que as ferramentas distinguem-se dos ficheiros usuais do Geogebra pela indicação de *Geogebra tool* e *Geogebra file*, respetivamente.

Experimente a funcionalidade da sua ferramenta, importando a imagem3 e fazendo sucessivas reflexões deslizantes. Pense, nos objetos geométricos que precisa de representar para fazer uma reflexão deslizantes e represente-os em primeiro lugar. Relembre que o vetor de translação tem de ser paralelo ao eixo de reflexão.

Atividade 6 – Mensagem oculta

Esta atividade tem como objetivo testar as possíveis isometrias de forma a conseguir colocar a imagem para a poder ler.

Importe a imagem A e aplique uma transformação geométrica de forma a conseguir ler a mensagem. Repita o passo anterior para as figuras B e C.

Actividade 7 – Frisos

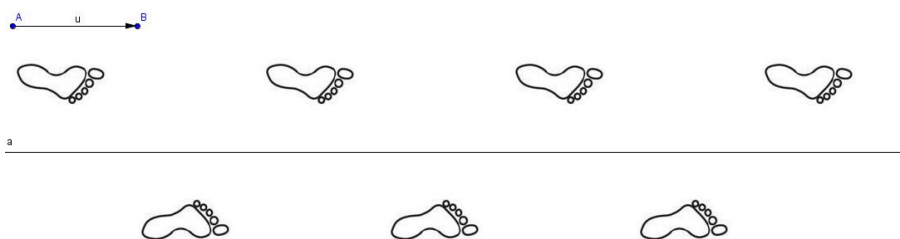
Como sabe há sete tipos de frisos, nesta actividade vamos representar cada um dos sete frisos existentes. No final, oculte os objetos auxiliares (vetores, retas, pontos, etc).

Importe a imagem 7 para o Geogebra e construa cada um dos 7 frisos existentes.

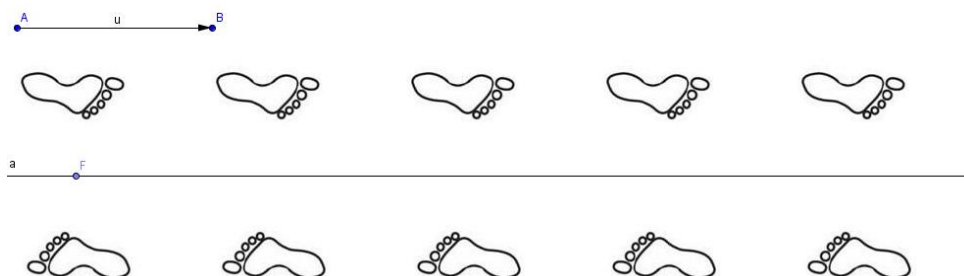
a) **FRISO 1:** só Translação



b) **FRISO 2:** Translação + reflexão deslizante (utilize a nova ferramenta)



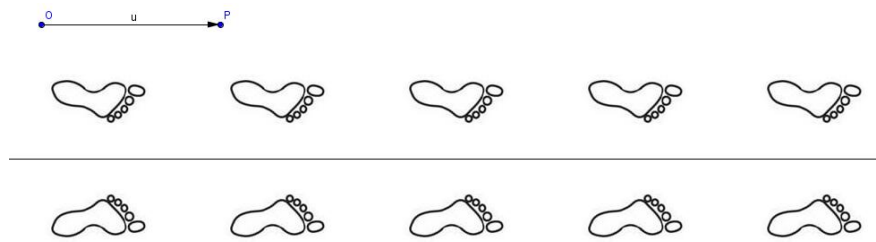
c) **FRISO 3:** Translação + meia-volta



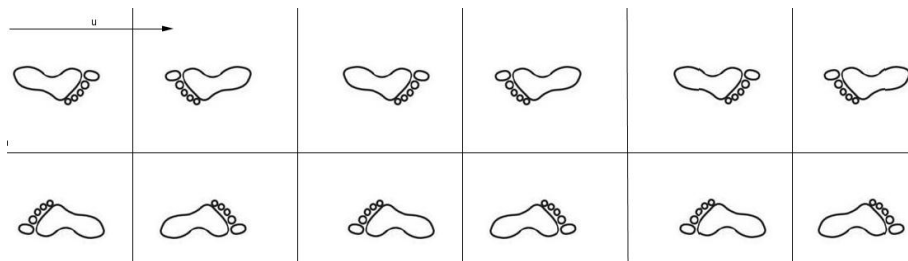
d) **FRISO 4:** Translação + reflexão vertical



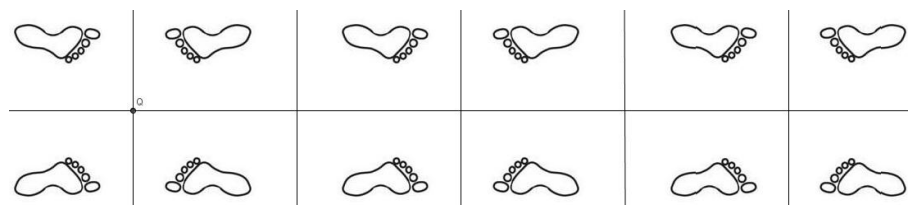
e) **FRISO 5:** Translação + reflexão horizontal



f) **FRISO 6:** Translação + reflexão deslizante + reflexão vertical + meia-volta

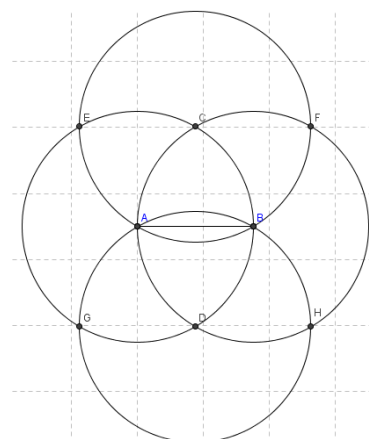
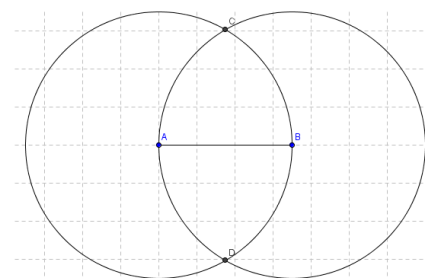


g) **FRISO 7:** Translação + reflexão vertical + reflexão horizontal + meia-volta



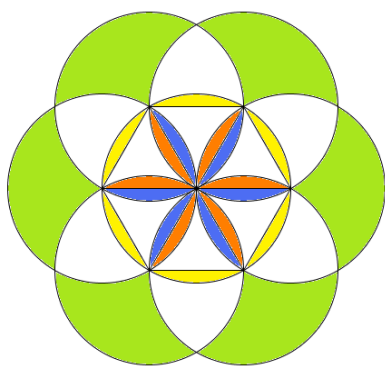
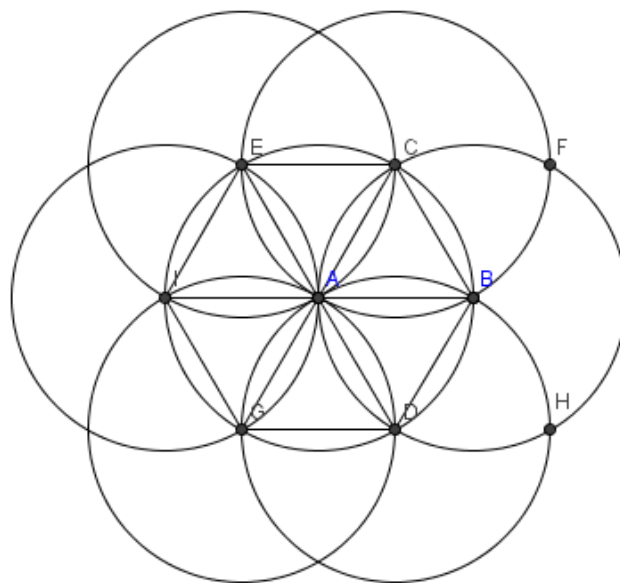
Atividade 8 - Rosáceas

- Desenhe um segmento de reta $[AB]$ cujo comprimento esteja compreendido entre 3 e 4 u.c..
- Trace uma circunferência com centro em A e que passa por B e outra com centro em B e que passa por A.
- Marque os dois pontos, C e D, da interseção entre as duas circunferências.
- Desenhe outra circunferência com centro em C e que passa por A.
- Desenhe outra circunferência com centro em D e que passa por A.
- Marque todos os novos pontos de interseção das circunferências e denote-os por E, F, G e H.
- Com o mesmo raio usado nas circunferências anteriores, trace duas circunferências com centro em E e G.
- Denote por I o ponto de interseção dessas circunferências.



- i) Usando o mesmo raio, trace uma circunferência com centro em I.
- j) Represente os segmentos de recta [EA], [CA], [DA], [GA], [IA], [EC], [BC], [BD], [GD], [GI] e [EI]. Esconda os pontos representados na figura. Grave o documento como *rosácea*.

- k) Pode agora transportar a imagem para o *Paint* (selecione no Geogebra a rosácea e faça *ficheiro + exportar + copiar para área de transferência*, abra o *Paint* e faça colar). Utilize as cores para colorir a rosácea como a seguinte. Atenção. Uma das pétalas tem as cores trocadas (enganei-me!), corrija na sua construção.



- l) Grave. Na pasta das imagens está gravada a rosácea.

Atividade 8 – É uma Rosácea?

- a) Abra um novo ficheiro do Geogebra e importe a imagem da rosácea criada anteriormente.
- b) Coloque um seletor, **a**, com intervalo de 0 a 360 (uma volta completa) e mantenha o incremento 0,1.
- c) No centro da rosácea marque um ponto e denote-o por O.
- d) Faça rodar a rosácea com centro em O e de amplitude **a**.
- e) Nas propriedades da rosácea obtida coloque o preenchimento a 25%.
- f) Movimente o seletor e analise a rotação da rosácea como forma de identificar as medidas de amplitude da rotação que transforma a rosácea nela própria, ou seja, deixa a figura invariante. Qual é a medida de amplitude mínima?
- g) Altere agora no seletor a amplitude para a amplitude mínima que respondeu na alínea anterior. Anime o seletor. As rosáceas coincidem?

